ENGENHARIA DE RESERVATÓRIOS I
3º Ano - 2º Semestre
Ano Lectivo 2022/2023

ISPTEC - Instituto Superior Politécnico de Tecnologias e Ciências

Docente: Geraldo A. R. Ramos, PhD

CAPÍTULO VIII
Curvas de Declínio da Produção

Capítulo 8 – Curvas de Declínio da Produção

- 8.1. Declínio exponencial;
- 8.2. Declínio harmônico;
- 8.3 – Declínio hiperbólico;
- 8.4. Análise de curva de declínio pelo método de Gentry;
- 8.5. Análise de curva de declínio pelo método de Fetkovich;
- 8.6. Análise de curva de declínio pelo método de tentativa e erro em gráfico Log-Log

Declínio harmônico

- Na curva de declínio harmónico a taxa de declínio é proporcional a taxa de produção e sendo o expoente do declínio n=1.
- Igualando a definição da taxa de declínio com o seu comportamento empírico, tem-se:

$$a = a_i \left(\frac{q}{q_i}\right)^n = -\frac{1}{q}\frac{dq}{dt}; em\ que: n = 1 \Longrightarrow -\frac{1}{q}\frac{dq}{dt} = a_i \left(\frac{q}{q_i}\right) \ldots\ldots (Eq.1)$$

- Integrando a equação obtida:

$$\int_{q_i}^{q} q^{-2}\, dq = -\int_{0}^{t} \left(\frac{a_i}{q_i}\right) dt \Longrightarrow -\left(\frac{1}{q} - \frac{1}{q_i}\right) = -\left(\frac{a_i}{q_i}\right)(t-0) \ldots\ldots\ldots (Eq.2)$$

Declínio harmônico

$$q = \frac{q_i}{1 + a_i t} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (Eq.3)$$

Ajuste de histórico – determinação de a_i

A Eq.3 pode ser apresentada na forma:

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{q_i} + \frac{a_i}{q_i} t \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (Eq.4)$$

- 1/q versus t: recta de coeficiente angular (a_i/q_i) e coeficiente linear de $1/q_i$
- Portanto, o valor da taxa de declínio inicial é determinado pela multiplicação do coeficiente angular pela vazão inicial:

$$a_i = \left(\frac{a_i}{q_i}\right) q_i \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (Eq.5)$$

Previsão de comportamento: Declínio harmônico

- Integrando a equação da vazão em função de tempo:

$$q = \frac{q_i}{1 + a_i t} \Longrightarrow N_p = \int_0^t q dt = \int_0^t \left(\frac{q_i}{1 + a_i t} \right) dt \ldots\ldots\ldots\ldots (Eq. 6)$$

$$N_p = 365 \frac{q_i}{a_i} \ln(1 + a_i t) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (Eq. 7)$$

- Ou ainda

$$N_p = 365 \frac{q_i}{a_i} \ln \left(\frac{q_i}{q} \right) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (Eq. 8)$$

N_p = m^3, q, q_i=m^3/d, a_i=ano^{-1}.

- OBS: O declínio harmônico é portanto um tipo de declínio extremamente favorável, que dificilmente ocorre na prática, com excepção de certas fases da vida produtiva de reservatórios de acentuado influxo de água.

Exemplo 1

Declínio harmônico-Exemplo

- Um poço apresenta o histórico de produção mostrado na Tabela seguinte:

ANO	q(m^3std/d)
0	100,0
1	77,0
2	62,5
3	52,5
4	45,5
5	40,0

a) Verificar se o declínio do poço é do tipo harmônico;

b) Determinar a taxa de declínio inicial ai

c) Estimar o tempo de abandono, contado a partir do início da produção, levando em conta que vazões inferiores a 2 m^3std/d são antieconômicas no campo onde o poço está situado.

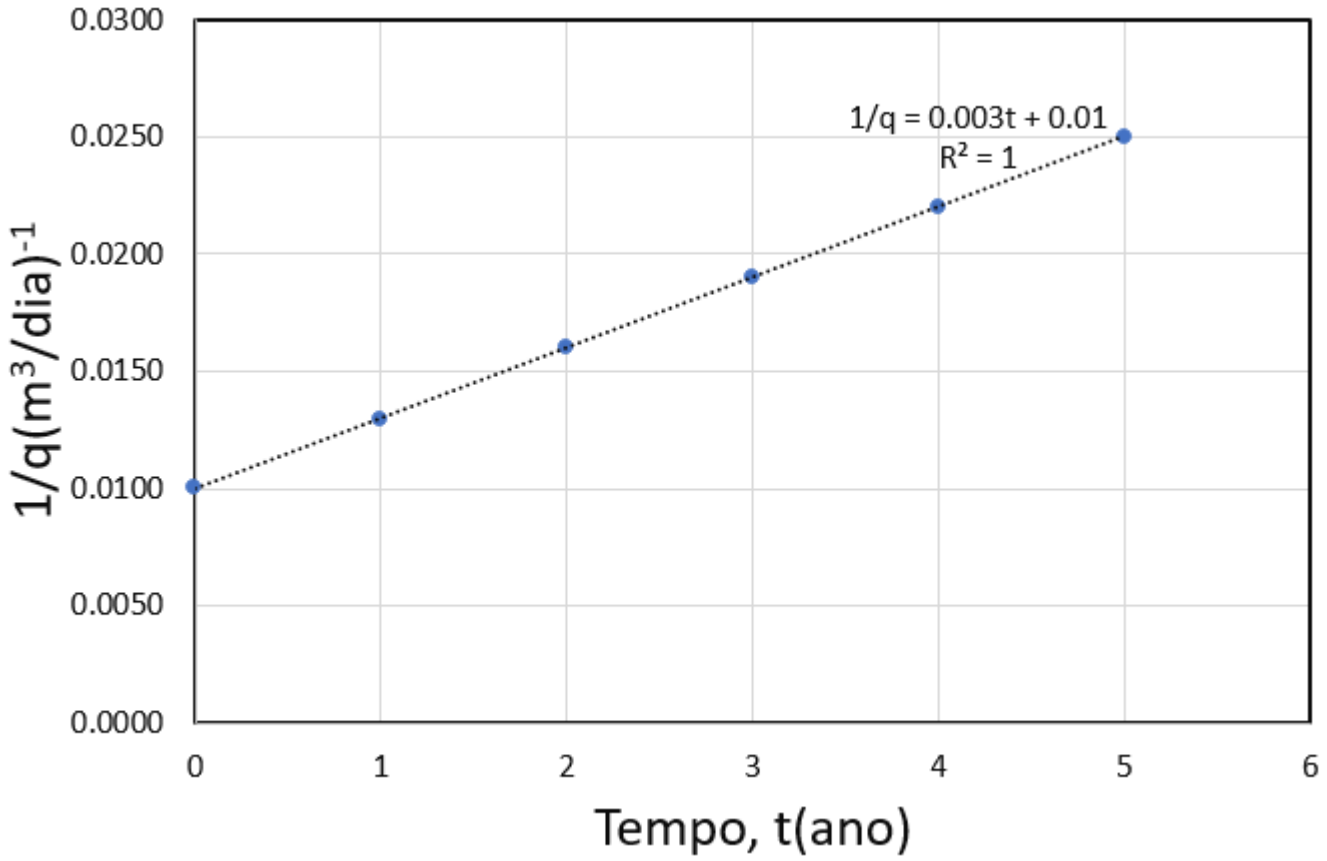
Exemplo-SOLUÇÃO PARTE (a)

- Calcular os valores de 1/q:

ANO	**q(m^3std/d)**	**1/q(m^3std/d)$^{-1}$**
0	100,0	0,0100
1	77,0	0,0129
2	62,5	0,0160
3	52,5	0,0190
4	45,5	0,0217
5	40,0	0,0250

Exemplo-SOLUÇÃO

- Construir o gráfico de 1/q versus t(ano):



- Como os pontos todos da figura estão alinhados, conclui-se que o declínio do poço é harmônico.

Exemplo-SOLUÇÃO PARTE (b)

- Da inclinação da recta, cujo valor é de 0,003/ano é o coeficiente angular determinado da Eq.4.
- Da Eq.5, tem-se:

$$a_i = \left(\frac{a_i}{q_i}\right) q_i = 0{,}003 \times 100{,}0 = 0{,}30/ano$$

Exemplo-SOLUÇÃO PARTE (c)

- Substituindo-se a vazão de produção de abandono na Eq.3, tem-se

$$q_{ab} = \frac{q_i}{1 + a_i t_{ab}}$$

Ou seja,

$$2 = \frac{100}{1 + 0{,}30 t_{ab}}$$

Resolvendo a equação, obtém-se **t_{ab}=163 anos**

- O Declínio harmônico não ocorre durante toda a vida produtiva de um poço, reservatório ou campo de petróleo.
- O tempo de abandono estimado neste exemplo ilustra esse facto, já que um tempo de vida de 163 anos é incompatível com os valores encontrados na prática

Capítulo 8 – Curvas de Declínio da Produção

- 8.1. Declínio exponencial;
- 8.2. Declínio harmônico;
- 8.3 – Declínio hiperbólico;
- 8.4. Análise de curva de declínio pelo método de Gentry;
- 8.5. Análise de curva de declínio pelo método de Fetkovich;
- 8.6. Análise de curva de declínio pelo método de tentativa e erro em gráfico Log-Log

Declínio hiperbólico

- Igualando a definição da taxa de declínio com o seu comportamento empírico, tem-se:

$$a = a_i \left(\frac{q}{q_i}\right)^n = -\frac{1}{q}\frac{dq}{dt} \Leftrightarrow q^{-(n+1)}dq = -\frac{a_i}{q_i^n}; \quad 0 < n < 1 \ldots\ldots (Eq.9)$$

- Cuja integração resulta em:

$$-\frac{1}{n}(q^{-n} - q_i^{-n}) = -\frac{a_i}{q_i^n}(t - 0) \Leftrightarrow \frac{1}{q^n} = \frac{1}{q_i^n} + \frac{na_i t}{q_i^n} \ldots\ldots\ldots (Eq.10)$$

$$q = \frac{q_i}{(1 + na_i t)^{1/n}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (Eq.11)$$

Declínio hiperbólico

- Reescrevendo a equação obtida, tem-se:

$$\left(\frac{q_i}{q}\right)^n = 1 + na_i t \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (Eq.12)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{q_i}{q}\right)^n \; versus\; t\text{: } recta\; de\; coeficiente\; linear\; unitário\; e\; de\; inclinação\; na_i$$

.

- $0 < n < 1$.
- Ajuste de n paraobter uma recta no gráfico: $\left(\frac{q_i}{q}\right)^n \; versus\; t$
- Do coeficiente angular, determina-se a_i.

Declínio hiperbólico

AJUSTE DE HISTÓRICO

- A partir da Eq.12, $(q_i/q)^n$ é uma função linear do tempo t;
- Com os dados históricos da produção (q versus t), arbitram-se sucessivos valores de n e calculam-se os valores de $(q_i/q)^n$ até que a obtensão da linha recta
- Este procedimento, ajuda-nos determinar o valor de n e do coeficiente angular (na_i) da recta calcula-se o valor de a_i.

Previsão de comportamento: declínio hiperbólico

- Integrando a equação da vazão em função do tempo, tem-se:

$$N_p = \int_0^t q\,dt = \int_0^t \frac{q_i}{(1+na_i)^{1/n}}\,dt = \frac{q_i}{a_i}\left(\frac{1}{1-n}\right)\left[1-\left(\frac{q}{q_i}\right)^{1-n}\right]$$

- Utilizando a vazão em m^3/d, a taxa de declínio em ano^{-1}, obtém-se N_p em m^3 através da equação:

$$N_p = 365\frac{q_i}{a_i}\left(\frac{1}{n-1}\right)\left[(1+na_it)^{1-1/n}-1\right] = 365\frac{q_i}{a_i}\left(\frac{1}{1-n}\right)\left[1-\left(\frac{q}{q_i}\right)^{1-n}\right]$$

- Considerando que o ano possui 365 dias

OBS: Acredita-se que este tipo de declínio ocorra na maioria dos reservatório reais.

Exemplo - 2

Exemplo 2

1. Um poço de petróleo apresenta o histórico d eprodução mostrado na tabela a seguir.

t (ano)	q (m^3 std/d)
0	100
1	77
2	61
3	49,5
4	41,0
5	34,5

Considerando uma vazão de abandono de 5 m^3 std/d, e aplicando declínio hiperbélico, determinar:

a) O valor de n.

b) O valor de a_i.

c) O tempo de abndono.

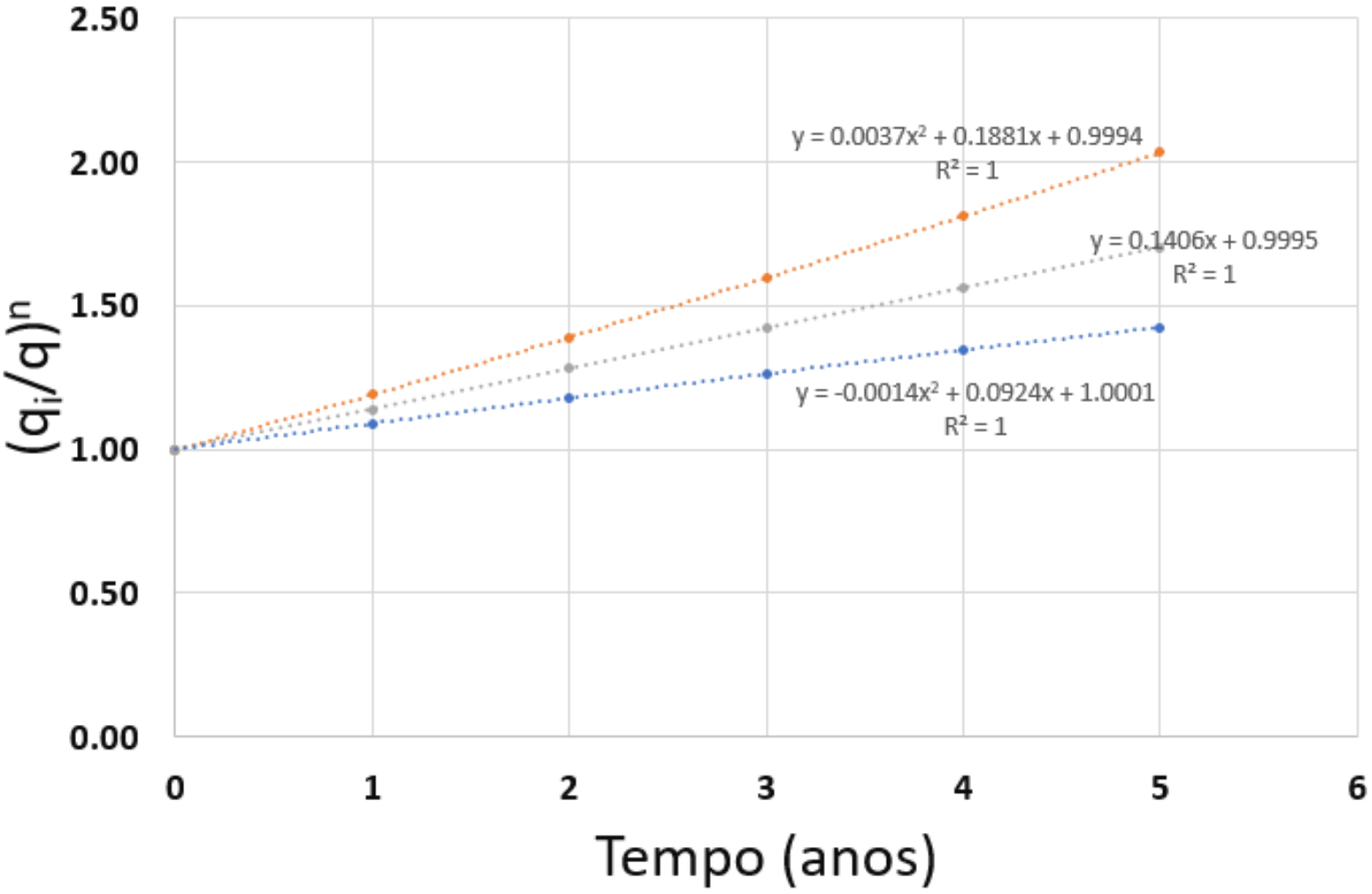
d) A produção acumulada até o abandono.

Exemplo 2 - SOLUÇÃO

Parte (a):

			$(q_i/q)^n$		
t (ano)	q (m^3 std/d)	q_i/q	n=1/3	n=2/3	n=1/2
0	100	1,000	1,000	1,000	1,000
1	77	1,299	1,091	1,190	1,140
2	61	1,639	1,179	1,390	1,280
3	49,5	2,020	1,264	1,598	1,421
4	41,0	2,439	1,346	1,812	1,562
5	34,5	2,899	1,426	2,033	1,703

Exemplo 2 - SOLUÇÃO



Exemplo 2 - SOLUÇÃO

PARTE (a)

- O gráfico apresenta as curvas superiores e inferiores para n=2/3 e n=1/3 respectivamente.
- Ou seja, concavidades mas com sentidos opostos. Indicando que a solução esteja entre estas duas curvas.
- A curva de n=1/2 resulta em uma linha recta. Portanto, o comportamento do poço em questão segue o modelo de declínio hiperbólico com n=1/2.

Parte (b)

Da inclinação da recta para n=1/2 cujo o valor aproximado é de nai = 0,14/ano, calcula-se:

$$y = 0{,}1406x + 0{,}995 \Rightarrow a_i = \frac{na_i}{n} = \frac{0{,}1406}{1/2} = 0{,}28/ano$$

Exemplo 2 - SOLUÇÃO

Parte (c)

$$q_{ab} = \frac{q_i}{(1 + na_i t_{ab})^{1/n}} \Leftrightarrow 5 = \frac{100}{(1 + 0{,}1406 t_{ab})^2}$$

$$t_{ab} = 24{,}8\ anos$$

OBS: O índice ab refere-se as condições de instante de abandono.

Parte (d)

$$N_p = 365 \frac{q_i}{a_i} \left(\frac{1}{n-1} \right) \left[(1 + na_i t)^{1-1/n} - 1 \right]$$

$$= 365 \times \frac{100}{0{,}28} \times \left(\frac{1}{\frac{1}{2} - 1} \right) \left[(1 + 0{,}1406 \times 24{,}8)^{1-2} - 1 \right]$$

$$N_p = 202\ 417\ m^3\ std$$

Resumo

$$a = -\frac{1}{q}\frac{dq}{dt};$$

$$a = a_i\left(\frac{q}{q_i}\right)^n ; em\ que:\ 0 \le n \le 1$$

Mais optimista

$n = 0 \Rightarrow exponencial$

$$q = q_i \exp(-a_i t)$$

$$\ln q = \ln q_i - a_i t$$

$$N_p = 365\left(\frac{q_i - q}{a_i}\right)$$

$0 < n < 1 \Rightarrow hiperbólico$

$$q = \frac{q_i}{(1 + n a_i t)^{1/n}}$$

$$\left(\frac{q_i}{q}\right)^n = 1 + n a_i t$$

$$N_p = 365\frac{q_i}{a_i}\left(\frac{1}{1-n}\right)\left[1 - \left(\frac{q}{q_i}\right)^{1-n}\right]$$

$$N_p = 365\frac{q_i}{a_i}\left(\frac{1}{n-1}\right)\left[(1 + n a_i t)^{1-1/n} - 1\right]$$

$n = 1 \Rightarrow harmônico$

$$q = \frac{q_i}{1 + a_i t}$$

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{q_i} + \frac{a_i}{q_i} t$$

$$N_p = 365\frac{q_i}{a_i}\ln\left(\frac{q_i}{q}\right)$$

TRABALHO DE CASA

Exercício 1

Um campo de petróleo apresenta o histórico de produção da tabela a seguir:

t (anos)	Vazão (m^3/d)
0	800
1	609
3	398
5	287
7	220
9	176
11	145
13	122
15	105

Determinar a produção acumulada aplicando a tentativa de ajuste com declínio hiperbólico, harmônico e exponencial. Qual é a análise de declínio apropriada para este campo?

BIBLIOGRAFIA

1 - ROSA, A. J.; CARVALHO, R. D. S.; XAVIER, J. A. D. Engenharia de Reservatórios de Petróleo. 1ª. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 2006, 808 p..

2 - MCCAIN, W. D. The Properties of Petroleum Fluids. 2nd. ed. Tulsa: PennWell Books, 1990. 548 p..

3 - AHMED, T. H. Reservoir Engineering Handbook. 3rd. ed. Burlington, MA, USA: Gulf Professional Publishing, Elsevier, 2010. 1376 p.

4 - Ramos, G. A. R. (2016). Aplicação de VBA Nos Fundamentos da Engenharia de Petróleos. Mayamba Editora.

5 - Ramos, G. A. R. (2020). Indústria do Gás Natural. Engenharia de Produção do Gás Natural., volume 2. Editora Dois.

6 - Guo, B. (2011). Petroleum production engineering, a computer-assisted approach. Elsevier.